Wer war zuerst?

DIE ENTSTEHUNG DER INFINITESIMALRECHNUNG UND DER PRIORITÄTSSTREIT MIT NEWTON

Seite an Seite blicken Isaac Newton und Gottfried Wilhelm Leibniz heute von der Wand des Arbeitszimmers des Präsidenten der Royal Society – doch so einvernehmlich ging es zwischen den Beiden nicht immer zu. Viele Jahrzehnte tobte ein Streit darum, wer die Infinitesimalrechnung zuerst entwickelt hatte. Wie es dazu kam und welche Auswirkungen dies auf die wissenschaftliche Gemeinschaft hatte, zeigen zwei Wissenschaftler der Fakultät für Mathematik und Physik.

Die Entwicklung vor Leibniz und Newton

Einige Fragen, die wir heute der Infinitesimalrechung zurechnen, gehen bereits auf das Altertum zurück. So hat sich bereits Archimedes (287–212 v. Chr.) mit Fragen der Flächen- und Längenmessung beschäftigt. In der zweiten Hälfte des 17. Jahrhunderts wurden die folgenden Fragen als zentrale Probleme betrachtet:

- Wie bestimmt man bei einem bewegten Körper zu jedem Zeitpunkt Geschwindigkeit und Beschleunigung?
- Wie bestimmt man Tangenten an vorgegebene Kurven?
- Wie berechnet man Maxima und Minima?
- Wie berechnet man die Länge von Kurven, Flächeninhalte und Volumina?

Anhand des ersten Problems können sehr gut die Schwierigkeiten beschrieben werden, die bei diesen Fragestellungen entstehen: Geschwindigkeit ist der Quotient aus zurückgelegtem Weg, geteilt durch die verstrichene Zeit. Bewegt sich also ein Körper gleichförmig entlang einer Geraden, die man als y-Achse ansehen kann, so ist die Geschwindigkeit durch den Quotienten

$$v = \frac{y(t_1) - y(t_2)}{t_1 - t_2} = \frac{\Delta y}{\Delta t}$$

gegeben. Hierbei kann man beliebige Zeiten t_1 und t_2 verwenden, um die Geschwindigkeit zu bestimmen. Was passiert aber bei einer beschleunigten Bewegung? Zunächst ist es physikalisch sofort einsichtig, dass der Körper zu jedem Zeitpunkt eine wohl bestimmte Geschwindigkeit besitzt. Doch wie kann man sie messen? Man wird versuchen, die beiden Zeitpunkte t_1 und t_2 immer näher bei einander zu wählen, das heißt also das Zeitintervall Δt, und damit auch den Abstand Δy, gegen Null gehen zu lassen. Dies führt, zunächst rein formal, zu einem Quotienten der Form

$$v = \frac{dy}{dt},$$

wobei dy und dt »unendlich kleine« Abstände beziehungsweise Zeiten sind. Wir erhalten also letztlich einen Ausdruck der Form 0/0. Das Hauptproblem ist nun, diesem Ausdruck einen geeigneten endlichen Wert (also die Geschwindigkeit zu einem festen Zeitpunkt) zuzuordnen. Dies ist in der Tat ein gedanklich durchaus schwieriges Problem. Ein gutes konzeptionelles Verständnis dieses Problems zu erarbeiten, ist auch heute für alle angehenden Mathematiker, Naturwissenschaftler und Techniker ein wichtiger Schritt ihrer Grundausbildung.

Heute ordnen wir die ersten drei der oben aufgeführten Probleme der Differential- und das letzte Problem der Integralrechung zu.

Gerade im Bereich der Flächen- und Volumenmessung hatte Archimedes bereits seine »Ausschöpfungsmethode« entwickelt, bei der die zu messende Fläche durch linear begrenzte Flächenstücke approximiert wird. Seine Schriften erzielten durch neue Übersetzungen und Kommentierungen erheblichen Einfluss.

Es gab im Laufe des 17. Jahrhunderts darüber hinaus eine Vielzahl von Arbeiten zur Infinitesimalrechung.

So hat sich etwa Johannes Kepler zu Beginn des 17. Jahrhunderts mit der Berechnung des Volumens von Weinfässern beschäftigt (Keplersche Fassregel). Auch Galileo Galilei entwickelte eine ganz ähnliche Methode. Bonvaventura Cavalieri, Blaise Pascal und Christiaan Huygens entwickelten geometrisch orientierte Verfahren, während Pierre de Fermat und James Gregory einen eher algebraisch orientierten Zugang verfolgten. So wusste etwa Fermat schon vor 1640, wie man die Funktion x^n integriert.

In Isaac Barrows Buch *Geometrical Lectures* findet man einen Zusammenhang zwischen dem Problem, eine Tangente zu bestimmen und der Berechnung von Flächen. Heute ist dies Teil des Hauptsatzes der Differential- und Integralrechung. Barrow war allerdings die volle Tragweite seiner Beobachtung wohl nicht klar. Er war Professor in Cambridge und dort Lehrer von

Newton. Später trat er zu Gunsten von Newton von seiner Professur zurück.

Zu nennen sind auch John Wallis und sein Buch *Arithmetica Infinitorum* (1655). Wallis hat, mit Ausnahme von Leibniz und Newton, die vielleicht wichtigsten Beiträge geliefert.

Insgesamt stellt sich die Situation so dar, dass auch vor Leibniz und Newton sehr viele Spezialfälle behandelt und gelöst worden waren. Allerdings verlangte jedes Problem neue, oft sehr subtile, Überlegungen. Was fehlte, war ein allgemein gültiger Zugang, der die einzelnen partikulären Lösungen zu einem Gesamtsystem zusammenfügte.

Bild 1
Leibniz im zeitgenössischen Kupferstich von Bernigeroth
Quelle: Gottfried Wilhelm Leibniz Bibliothek – Niedersächsische Landesbibliothek; Porträt Leibniz Bernigeroth, Bild 1 4022

Und genau hierin liegen die Leistungen von Leibniz und Newton. Sie entwickelten eine allgemeine Methode, in der die oben genannten Probleme alle einheitlich behandelt werden konnten. Es ist vor allem das Verdienst von Leibniz, einen Kalkül (im Englischen hat sich der Begriff *Calculus* durchgesetzt) geschaffen zu haben, der eine fast »mechanische« Behandlung der Probleme erlaubt. Dies ist die Grundlage unzähliger Anwendungen in den Natur- und Ingenieurwissenschaften.

Der Beitrag von Leibniz

Im Jahre 1672 schickte der Kurfürst von Mainz Leibniz in politischer Mission nach Paris. Dort begann Leibniz sich mit Mathematik zu beschäftigen. Er verfolgte auch hier ein Ziel, das in ähnlicher Weise auch seine Beschäftigung mit naturwissenschaftlichen Themen prägte, nämlich möglichst universelle Methoden zu finden, um somit viele Fragen gleichzeitig beantworten zu können. In Paris lernte er Huygens kennen, der ihn auf Arbeiten von Pascal aufmerksam machte. Leibniz sah, dass die Methode von Pascal nicht nur in den von ihm betrachteten Fällen, sondern ganz allgemein anwendbar war. Um die Entdeckungen von Leibniz darzustellen, benutzen wir wie üblich die Variable x anstelle der Variablen t, die oben für die Zeit stand, und betrachten die Ordinate y als Funktion von x.

Leibniz führt die infinitesimal kleinen Größen dx und dy ein. Er ordnet dem Quotienten dy/dx den Wert zu, gegen den der Quotient $\Delta y/\Delta x$ strebt, wenn man Δx (und in Abhängigkeit davon auch Δy) immer kleiner werden lässt.

In heutiger Formelsprache bedeutet das:

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Dieser Wert entspricht der Steigung der Tangente (oder der Momentangeschwindigkeit V). Das Revolutionäre seiner Entdeckung besteht darin, dass er zeigt, dass man mit den infinitesimal kleinen Größen genauso rechnen kann wie mit echten Zahlen. Der Prozess des Differenzierens kann nun umgekehrt werden: Die Ordinate y kann aus der Summe der Ordinatendifferenzen

$$y = \sum \Delta y$$

rekonstruiert werden. Lässt man nun Δx und damit auch Δy beliebig klein werden, so geht die Summe in das Integral

$$y = \int dy$$

über. Leibniz schreibt dazu: Utile erit scribi ∫ pro omnia (Es wird nützlich sein, ∫ statt omnia zu schreiben) und führt damit auch das Integralzeichen ein. Rechnet man nun mit dx und dy wie mit echten Zahlen, so gilt:

$$dy = \frac{dy}{dx} \cdot dx$$

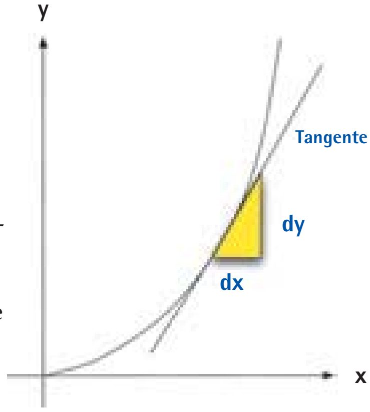
Setzt man dies in das Integral ein, so erhält man:

$$y = \int \frac{dy}{dx} \cdot dx$$

Damit war das heute als Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung bezeichnete Resultat gefunden: Differenzieren und Integrieren erweisen sich als zueinander inverse Operationen. Geometrisch kann das Integral als Flächeninhalt unter der Kurve gedeutet werden und es können damit Längen, Flächen und Volumina berechnet werden.

Wie sehr Leibniz von der Idee eines universellen Kalküls durchdrungen war, wird auch daran deutlich, dass er in Analogie zu der Formel $d(y + z) = dy + dz$ zunächst dachte, es müsse $d(yz) = dydz$ gelten, eine Formel, die geometrisch keinen Sinn macht.

Bild 2
Die Steigung einer Tangente an eine Kurve



Erst später fand er die korrekte Formel

$$d(yz) = ydz + zdy,$$

die heute nach ihm benannt ist.

Im Gegensatz zu Leibniz ging Newton stärker von physikalischen Überlegungen aus. Er entwickelte seine Theorie der Fluxionen, die er dann auf Probleme der Himmelsmechanik anwenden konnte. Seine Theorie stellte er in dem berühmten Werk *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* dar, einem der Schlüsselwerke in der Geschichte der Physik.

Der Prioritätsstreit mit Newton

Um den Prioritätsstreit mit Newton verstehen, muss man sich zunächst die Publikationskultur der Zeit vergegenwärtigen.

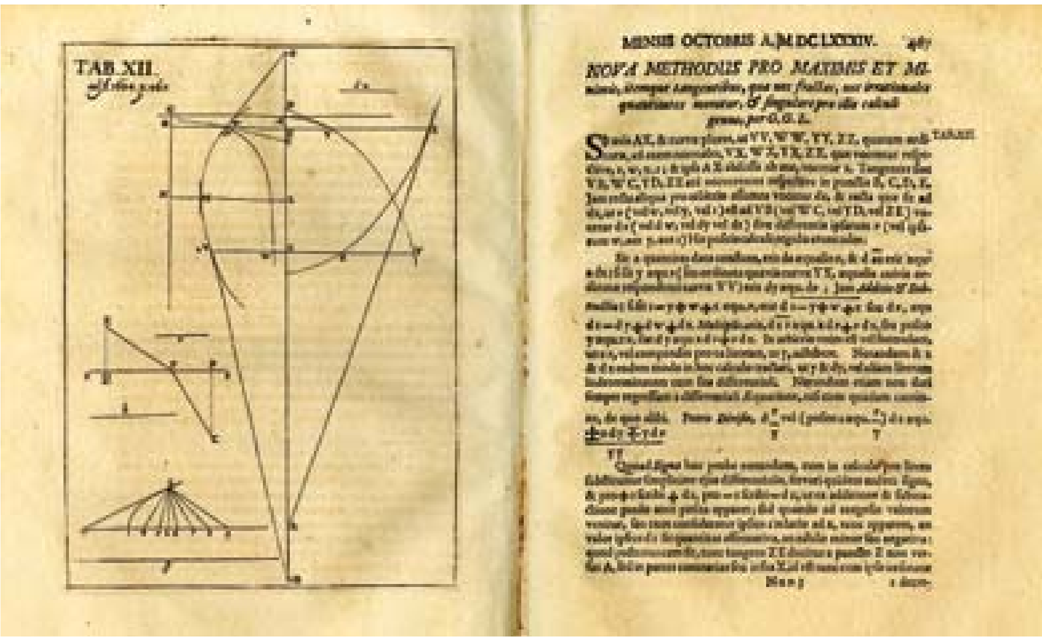


Bild 3
Leibniz' erste Veröffentlichung zur Infinitesimalrechnung in der Acta Eruditorum 1684
Quelle: Gottfried Wilhelm Leibniz Bibliothek – Niedersächsische Landesbibliothek; Aa - A 35 : 3, S. 467

Zu Zeiten von Leibniz und Newton gab es keine Fachzeitschriften im heutigen Sinn. Journale wie die *Acta Eruditorum*, in denen Leibniz mehrfach veröffentlichte, waren erst im Entstehen. Auch lagen zwischen einer Entdeckung und ihrer Veröffentlichung oft viele Jahre.

So begann Leibniz sich während seines Pariser Aufenthalts ab 1672 mit der Infinitesimalrechnung zu beschäftigen. Seine erste Veröffentlichung hierzu erschien aber erst 1684[1]. Ähnlich verhält es sich bei Newton: Er unterrichtete zwar seine Freunde, etwa Barrow, über seine Ergebnisse, die er ab 1665 erzielt hatte, seine erste einschlägige Publikation stammt aber aus dem Jahr 1687. Oft geschah der Austausch wissenschaftlicher Informationen durch Briefe der Gelehrten untereinander. Aber auch in diesen Briefen wurden die eigenen Methoden, aus Angst, dass andere sie sich aneignen könnten, selten klar dargelegt, bestenfalls angedeutet und in manchen Fällen auch verschlüsselt dargestellt.

Die erste Begegnung zwischen Leibniz und englischen Mathematikern erfolgte 1673, als Leibniz nach London reiste und dort in der Royal Society eine erste, aus Holz gebaute, Version seiner Rechenmaschine vorführte. Bei einem Besuch auf dem Landgut des Chemikers Robert Boyle berichtete Leibniz vor mehreren Zuhörern über einige seiner Ergebnisse zur Konvergenz von Reihen.

Dabei kam es zu einem für Leibniz peinlichen Zwischenfall: Der englische Mathematiker John Pell machte ihn nämlich darauf aufmerksam, dass der französische Mathematiker François Regnauld eines seiner Ergebnisse bereits veröffentlicht hatte. Diese Publikation war Leibniz, der in der Mathematik Autodidakt war, unbekannt gewesen. Man kann diesen Vorfall als Beginn der Verstimmungen zwischen Leibniz und einigen englischen Mathematikers sehen.

Leibniz hatte gute Kontakte zu dem aus Deutschland stammenden Sekretär der Royal Society Heinrich Oldenburg.

Dieser unterrichtete auch Leibniz 1673 schriftlich über Ergebnisse englischer Mathematiker in der Reihenforschung. Zudem gewährte der Hilfssekretär John Collins Leibniz bei dessen zweiten Besuch in London 1676 Einblicke in unveröffentlichte, bei der Royal Society hinterlegte, Manuskripte von Gregory und Newton.

Doch das weitere Verhältnis zwischen Leibniz und Oldenburg entwickelte sich nicht ungestört. Dies lag vor allem daran, dass Leibniz über viele Jahre hinweg immer wieder eine verbesserte Version seiner Rechenmaschine in Aussicht stellte, eine Vorführung aber immer wieder verschieben musste. Dennoch war Leibniz bereits 1673 zum Mitglied der Royal Society gewählt worden.

Über viele Jahre war das Verhältnis zwischen Leibniz und Newton ohne größere Spannungen. Die Probleme begannen damit, dass Leibniz, der als erster veröffentlich hatte, als der Erfinder der Differential- und Integralrechnung gefeiert wurde. Vor allem die Gebrüder Jacob und Johannes Bernoulli nahmen seine Ideen begierig auf und verbreiteten sie in ganz Europa.

Dies missfiel vor allem John Wallis, der sehr bestrebt war, die Entdeckungen englischer

1 Leibniz, G.W.: Nova methodus pro maximis et minimis. Acta Eruditorum 1684, S. 466–473.

Mathematiker herauszustellen. Gemeinsam mit Nicolas Fatio de Duillier und David Gregory begann er eine Kampagne gegen Leibniz und in einem 1695 erschienenen Buch sprach er erstmals den Plagiatsvorwurf öffentlich aus. Dieser Vorwurf wurde dann in verschärfter Form in Fatios Schrift *Investigatio* von 1699 wiederholt.

Newton verhielt sich zu diesem Zeitpunkt noch sehr besonnen, gab aber 1704 zwei seiner früheren mathematischen Arbeiten heraus. Die Rezension dieser Arbeiten, die von Leibniz (anonym) in den Acta Eruditorum veröffentlicht wurde, erweckte allerdings seinen Ärger. Danach blieb es bis 1708 ruhig.

In diesem Jahr veröffentlichte John Keill eine Schrift, in der er Leibniz der Fälschung bezichtigte. Dies wiederholte er 1710 in einem von der Royal Society veröffentlichten Aufsatz, den Leibniz 1711 zu sehen bekam. Daraufhin bat dieser die Royal Society um eine Untersuchung. Inzwischen hatte sich allerdings Newton den Streit zu Eigen gemacht.

Die anschließend eingesetzte Untersuchungskommission stand zwar unter der Leitung von Keill, aber auch unter dem Einfluss von Newton. Sie kam zu dem wenig überraschenden Schluss, dass Newton die Priorität gehöre.

Dieser Streit setzte sich dann noch fast 200 Jahre fort und nahm durchaus nationalistische Züge an. Eine Konsequenz war, dass britische Mathematiker für längere Zeit, zumindest teilweise, von der gesamteuropäischen Entwicklung abgeschnitten waren – mit durchaus negativen Folgen für die britische Mathematik. Es dauerte lange Zeit, bis es zu einer weniger emotionalen Sichtweise kam.

Im Jahr 1948 stellte schließlich der Mathematikhistoriker Joseph Ehrenfried Hofmann in einer eingehenden Untersuchung fest, dass Leibniz seine Entdeckungen unabhängig von Newton gemacht hatte.

Heute ist dieser Streit endgültig beigelegt: Als der Mathematiker Sir Michael Atiyah 1990 zum Präsidenten der Royal Society gewählt wurde, verfügte er, dass in seinem Arbeitszimmer Portraits von Leibniz und Newton aufgehängt werden sollten.

Wie würde man heute den Prioritätsstreit beurteilen? Nach den vorliegenden Quellen hat Newton seine Theorie vor Leibniz entwickelt. Auf der anderen Seite hat Leibniz seine Entdeckungen nachweislich selbstständig gemacht und auch früher veröffentlicht. Sein Kalkül hat sich gegenüber Newtons »Fluxionen« durchgesetzt. Durch seine Leistungen hat Leibniz enormen Einfluss auf die Entwicklung der Mathematik genommen.

Bild 4
Isaac Newton
Quelle: Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel; A 15017

Prof. Dr. Wolfgang Ebeling
Jahrgang 1951, ist Professor für Mathematik am Institut für Algebraische Geometrie; Arbeitsgebiete: Algebraische Geometrie, Singularitätentheorie.

Prof. Dr. Klaus Hulek
Jahrgang 1952, ist Professor für Mathematik am Institut für Algebraische Geometrie und Vizepräsident für Forschung der Leibniz Universität Hannover; Arbeitsgebiete: Algebraische und komplexe Geometrie.

Literatur

- Arnold, V.I.: Huygens and Barrow, Newton and Hooke. Birkhäuser-Verlag, Basel Boston Berlin 1990.
- Finster, R., van den Heuvel, G.: Gottfried Wilhelm Leibniz. Rowohlts Monographie, Rowohlt Verlag, Reinbek1990
- Hirsch, E. Ch.: Der berühmte Herr Leibniz. Verlag C.H.Beck, München 2000.
- Kline, M.: Mathematical thought from ancient to modern times. Oxford University Press, New York 1972.
- Popp, K., Stein, E. (Hrsg.): Gottfried Wilhelm Leibniz. Schlütersche, Hannover 2000.