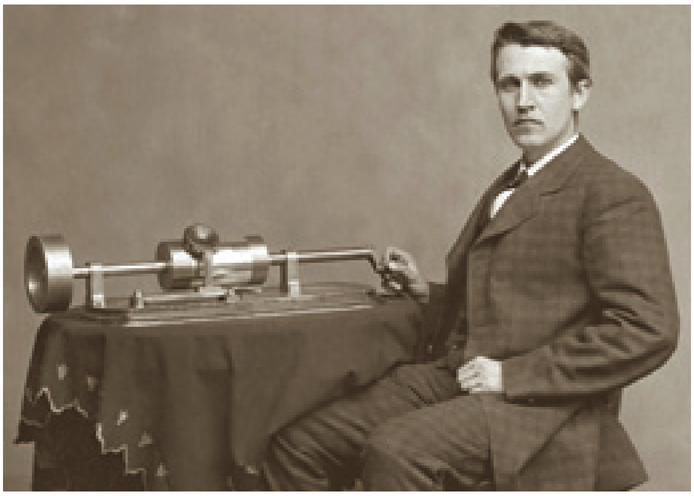
Sprache und Werkzeug

MATHEMATIK IN DEN INGENIEURWISSENSCHAFTEN

Wie kommt die moderne Technik zur Mathematik, und wofür und auf welche Weise wird Mathematik in der Technik benötigt? Geht es vielleicht auch mit deutlich weniger »Mathe«? Der Versuch der Beantwortung dieser und ähnlicher Fragen zeigt, dass Mathematiker, Naturwissenschaftler und Ingenieure doch recht unterschiedliche Schwerpunkte beim Umgang mit der Mathematik setzen. Ein Forscher aus dem Laboratorium für Informationstechnologie zeigt die Rolle der Mathematik in Natur- und Ingenieurwissenschaften.



Kein Geringerer als Galileo Galilei, Mathematiker, Physiker und Astronom der frühen Neuzeit, schrieb in seinem Werk »Il saggiatore« aus dem Jahre 1623 über die Bedeutung der Mathematik für das Verständnis der Welt:

»[Das Buch der Natur] *ist in der Sprache der Mathematik geschrieben … Ohne diese*[s] *Mittel ist es dem Menschen unmöglich, ein einziges Wort davon zu verstehen; ohne sie ist es ein vergebliches Umherirren in einem dunklen Labyrinth.*«

Aber gilt das auch für die Technik? Gilt es *überhaupt*? Nimmt man als Beispiel zwei der bekanntesten Persönlichkeiten aus Naturwissenschaft und Technik, Michael Faraday (1791 – 1867), englischer Physiker und Chemiker, und Thomas Alva Edison (1847 – 1931), einen der erfolgreichsten Erfinder, dann tut man sicherlich keinem von beiden Unrecht, wenn man ihre Kenntnisse auf dem Gebiet der Mathematik als recht bescheiden bezeichnet. Wir wollen am Ende dieses Aufsatzes darauf zurückkommen.

Das, was unter dem Begriff »Technik« subsumiert wird, hat seine Ursprünge in handwerklichen Fähigkeiten, welche teilweise seit Jahrtausenden an die Nachfolgegenerationen weitergegeben wurden. Mit dem, was wir heute unter »Wissenschaft« verstehen, hatte das wenig zu tun (von Ausnahmen wie etwa Archimedes einmal abgesehen), und es gab selbst bis weit ins 18. Jahrhundert hinein noch kaum eine Verbindung zu den Naturwissenschaften. Umgekehrt galt das nicht immer, wenn man beispielsweise daran denkt, dass das 1608 von dem deutsch-niederländischen Brillenmacher Hans Lipperhey erfundene Fernrohr Galileo Galilei bereits im Jahre 1609 dazu verhalf, die Jupitermonde zu entdecken. Gerade die Entwicklung optischer Instrumente ist ein gutes Beispiel dafür, wie fruchtbar die Verbindung zwischen Naturwissenschaft, Mathematik und Technik ist: So hing auch noch lange nach Beginn der Industrialisierung (die etwa ab der zweiten Hälfte des 18. Jahrhunderts in England stattfand) die Qualität optischer Instrumente vom Geschick und der Tagesform des entsprechenden Handwerkers ab. Dies änderte sich erst, als der Physiker und Unternehmer Ernst Karl Abbe die von ihm gefundenen physikalisch-mathematischen Erkenntnisse auf dem Gebiet der Optik in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts unmittelbar für die Produktion von Mikroskopen einsetzte und so den Ruf der Firma Carl Zeiss begründete.

Inzwischen hat man in Naturwissenschaft und Technik nicht nur gelernt, dass man voneinander profitieren kann: Moderne Technik *ist* angewandte Naturwissenschaft, und damit hat die heutige Technik die von Anfang an vorhandene Verquickung zwischen der Naturwissenschaft (speziell der Physik) und der Mathematik quasi »geerbt«, wenngleich Mathematiker, Naturwissenschaftler und Techniker die Mathematik für ganz unterschiedliche Ziele benutzen, wie noch erläutert werden soll. Aber wie kommt die Mathematik zur Naturwissenschaft und damit auch zur Technik? Woher kommt Mathematik überhaupt?

WOHER KOMMT DIE MATHEMATIK?

Diese Frage ist schwer zu beantworten. Spätestens jedoch, als Menschen begannen, einfachen Handel miteinander zu treiben, bestand die Notwendigkeit, Handelsgüter auch zu quantifizieren. Hinzu kommt, dass es zumindest der Spezies Mensch eigen zu sein scheint, sobald sie die Fähigkeit entwickelt hatte, die wir »Denken« nennen, nach dem Ursprung und später auch dem Wesen allen Seins zu fragen. So entstand zunächst das, was wir heute »kosmogonische[1,2] Mythen«[3] nennen, also Legenden von der Entstehung der Welt. Hierbei spielten sehr urtümliche Götter, die – je nach Kulturkreis – oft mit den Elementen Wasser und Erde identifiziert wurden, eine wesentliche Rolle. Diese Götter schienen sich den Menschen auch über die geheimnisvolle Dynamik der Himmelskörper mitzuteilen, woraus sich zunächst die Astrologie und damit auch die Notwendigkeit entwickelte, Sternenkonstellationen zu vermessen und auch vorherzusagen. Hierzu waren neben Beobachtungen entsprechende Rechentechniken zwingend erforderlich, und Ägypter und Babylonier (ab ca. 2500 v. Chr.) und davor die Sumerer (ca. 4. Jahrtausend v. Chr.) brachten es hier zu beachtlichen Erfolgen. So war zum Beispiel das, was heute der »Satz des Pythagoras« genannt wird, den Babyloniern schon Jahrhunderte vor Pythagoras (ca. 570 – 510 v. Chr.) bekannt. Es gibt aber keinerlei Hinweise darauf, dass hierbei auch nur ein *Interesse* daran bestanden hätte, die Gültigkeit der entsprechenden Verfahren zu *beweisen*. Das, was man »deduktive Mathematik« nennt, finden wir erst bei den Griechen.

GRIECHISCHE MATHEMATIK

Zwischen etwa 1250 und 650 v. Chr. fand die Zeit der alten Mythen im Mittelmeerraum – dem Kulturzentrum des Altertums schlechthin – nach und nach ein Ende, wobei unterschiedliche Kulturen hier unterschiedliche Richtungen einschlugen. Während etwa die Juden weiterhin nach dem »Woher« der Welt fragten und sich von den klassischen Mythen mit ihren beängstigenden und unberechenbaren Göttern durch eine Art »Anti-Mythos« – der biblischen Schöpfungsgeschichte – befreiten, fragten die Griechen danach, *was* die Welt ist. Damit schlugen sie letztlich eine Richtung ein, die man als Vorläufer moderner Naturwissenschaft bezeichnen kann. Wesentlich hierbei war das, was später »formale Logik« genannt wurde, also die Lehre des vernünftigen Schlußfolgerns. Hiermit hinterfragten die Griechen auch die ihnen von den Babyloniern bekannten Rechentechniken, und dies kann man als den eigentlichen Ursprung der Mathematik (παθηπατική = die Kunst des Lernens bzw. zum Lernen gehörig) betrachten: Die Griechen strebten das an, was heute »mathematischer Beweis« heißt. Dabei lag die Bedeutung der griechischen Mathematik bzw. Geometrie weniger in einer konkreten Anwendung auf das tägliche Leben, sondern war untrennbar mit Philosophie und teilweise auch religiösen Vorstellungen verbunden. Eine Zusammenfassung der griechischen Mathematik überlieferte uns Euklid von Alexandria in seinem 13-bändigen Werk »Die Elemente« (ca. 325 v. Chr.). Eine Übersetzung fand erstmals im 12. Jahrhundert durch Adelard von Bath vom Arabischen ins Lateinische statt, so dass die griechische Mathematik das westliche Europa erst während des Spätmittelalters erreichte.

DIE MATHEMATIK DER MATHEMATIKER, PHYSIKER UND INGENIEURE IM VERGLEICH

Um die Bedeutung der Mathematik speziell für die Technik zu beschreiben, scheint es sinnvoll, zunächst den durchaus unterschiedlichen Gebrauch der Mathematik durch Mathematiker, Physiker und Ingenieure zu skizzieren, wobei es zwischen diesen drei Gruppen natürlich immer Übergänge gibt.

Zumindest der Archetyp des **Mathematikers** (falls er denn wirklich existiert) treibt Mathematik – provokant ausgedrückt – zum Selbstzweck, entsprechend seinem altgriechischen Vorbild. Ein anschauliches Beispiel ist die jahrhunderte lange Suche nach einem Beweis der Fermatschen Vermutung: Während es für den Satz des Pythagoras $a^2 + b^2 = c^2$ beliebig viele ganze Zahlen a, b und c gibt, die diese Gleichung erfüllen (z.B. $a = 3$, $b = 4$ und $c = 5$), behauptete Pierre de Fermat um 1637, dass es für höhere ganzzahlige Potenzen als 2 (z.B. also für $a^3 + b^3 = c^3$) keine solchen ganzen Zahlen gäbe, und in der Tat fand man nie ein entsprechendes Zahlentripel. Obgleich die Lösung dieses Rätsels keinerlei praktische Relevanz erkennen ließ, mühten sich Generationen hochkarätiger Mathematiker damit ab, wobei der (außerordentlich komplizierte) Beweis schließlich dem Mathematiker Andrew Wiles 1995 gelang. Es muß aber dazugesagt werden, dass sehr viele mathematische Resultate, deren praktische Relevanz zunächst nicht erkennbar war, später durchaus sehr große praktische Bedeutung erlangten.

Der **Physiker** benutzt die Mathematik erstens als Sprache, um die im Bereich der Physik oft auftretenden komplizierten Zusammenhänge überhaupt exakt beschreiben zu können (und damit auch zu verstehen) und zweitens als Werkzeug, um Physik wei-

Abbildung 1
Thomas Alva Edison mit dem von ihm 1878 zum Patent angemeldeten Phonographen, einem Gerät zur Schallaufzeichnung. Obwohl Edison kaum etwas von Mathematik verstand, gelangen ihm dennoch beeindruckende technische Erfindungen.

1 Kosmos = »Ordnung«, »Schmuck« bzw. in der Lehre der Pythagoräer »die Welt, die durch Ordnung vollkommen schön ist«; in der christlichen Tradition: Kosmos = Welt (im Gegensatz zu Gott)

2 -gonisch (vom Stamm *-gen*), = »ins Sein kommen« bzw. »Geborenwerden«

3 Mythos = »Wort«, »Rede« bzw. »erzählte Geschichte«

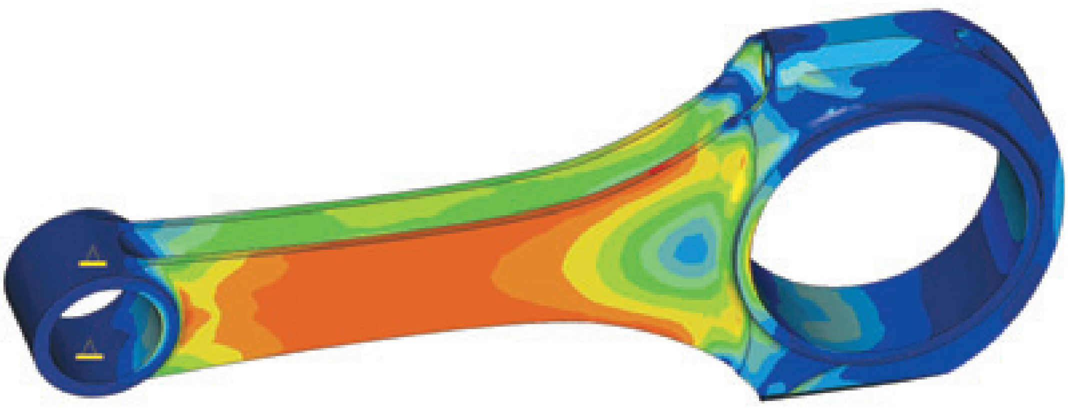


Abbildung 2
Berechnung der mechanischen Spannungen in der Pleuelstange eines Verbrennungsmotors mit Hilfe eines Computers: Dunkle (blaue) Bereiche bedeuten niedrige Belastung, helle (rote) Bereiche hohe Belastung. Noch bevor die Pleuelstange wirklich gebaut wird, kann unter Verwendung entsprechender mathematischer Verfahren entschieden werden, ob sie den späteren Belastungen gewachsen sein wird.

terzuentwickeln. Eine dritte Anwendung besteht darin, konkrete Berechnungen durchzuführen mit dem Ziel, zum Beispiel bestehende Vermutungen zu untermauern (aber nicht zu beweisen!). Ein schönes Beispiel sind Einsteins Relativitätstheorien: Während es Einstein 1905 gelang, seine spezielle Relativitätstheorie mit Hilfe recht einfacher Mathematik zu beschreiben, war ihm dies bei seinen Arbeiten zur allgemeinen Relativitätstheorie nicht mehr möglich. Beginnend 1907 und dann wieder ab 1911 versuchte Einstein auf der Basis seiner Mathematikkenntnisse und durch mehr oder weniger geschicktes Probieren, seine Theorie der Gravitation zu entwickeln – was ihm gründlich mißlang. Dies gipfelte 1912 in seinem verzweifelten Hilferuf an einen befreundeten Mathematiker, Marcel Grossmann: »Grossmann, Du mußt mir helfen, sonst werd' ich verrückt!« Und Grossmann half ihm und machte ihn mit der Tensorrechnung und den Arbeiten der Mathematiker Ricci-Curbastro und Levi-Civita zur Differentialgeometrie vertraut. Insbesondere mußte sich Einstein dabei auch Kenntnisse über die riemannsche Geometrie gekrümmter Räume aneignen, um schließlich 1915 seine allgemeine Relativitätstheorie präsentieren zu können. Die Resultate Bernhard Riemanns (1826 - 1866) sind damit ein Paradebeispiel dafür, wie mathematische Arbeiten, die zunächst ohne jeden praktischen Bezug scheinen, plötzlich von großer naturwissenschaftlicher Bedeutung sind.

Der **Ingenieur** schließlich benutzt die Mathematik ähnlich wie ein Physiker, setzt dabei aber andere Schwerpunkte. Auch hier dient die Mathematik erstens als Sprache zur exakten Beschreibung und zum Verständnis technisch-naturwissenschaftlicher Zusammenhänge und dann aber ganz wesentlich zweitens als Werkzeug zur konkreten Berechnung wie auch zur Entwicklung entsprechender Rechenmethoden. Als instruktives Beispiel sei der Entwurf hochintegrierter Schaltungen aufgeführt: Aufgrund ihrer Komplexität – zum Beispiel verfügt der Prozessor QX9650 von Intel über 820 Millionen Transistoren auf 214 mm^2 Fläche – können solche Schaltungen nur noch mit massiver Rechnerunterstützung entworfen werden, wofür insbesondere Informatiker und Mathematiker, aber auch Ingenieure aufwändige Computerprogramme entwickelt haben. Diese Programme verwenden komplizierte mathematische Verfahren, mit deren Hilfe etwa eine möglichst optimale Platzierung und Verdrahtung der vielen Transistoren erreicht wird. Hinzu kommt, dass es sich ein Hersteller integrierter Schaltungen nicht leisten kann, eine entworfene Schaltung einfach zu produzieren um dann festzustellen, dass sie aufgrund eines Entwurfsfehlers nicht funktioniert. Es werden daher weitere Computerprogramme eingesetzt, die die Funktion der entworfenen Schaltung zunächst auf einem großen Rechner simulieren, das heißt man kann die Schaltung »ausprobieren«, obwohl sie noch gar nicht gebaut wurde. Auch diese Programme verwenden komplizierte mathematische Verfahren, die, da sie häufig das elektrische, mechanische oder thermische Verhalten der realen Schaltung berechnen müssen, auf physikalischen Grundgesetzen basieren und entsprechend von Physikern und Ingenieuren, seltener von Mathematikern entwickelt werden.

WIEVIEL MATHEMATIK BRAUCHT DIE TECHNIK?

Im letzten Abschnitt wurde schon exemplarisch ausgeführt, dass moderne Technik offenbar reichlich Mathematik benutzt. Aber gilt dies vielleicht nur für die Mikroelektronik? Wie konnten zum Beispiel Edison und Faraday ohne Mathematik erfolgreich sein? Die erste Frage ist leicht zu beantworten: Nahezu alle technischen Disziplinen machen umfangreich von der Mathematik Gebrauch, und zwar aus ähnlichen Gründen, wie die Mikroelektronik. Mußte man dort etwa die Funktion einer Schaltung zunächst auf einem Computer simulieren, so gilt das Gleiche auch für die Konstruktion eines Flugzeugs oder die Entwicklung eines Verbrennungsmotors: Will man ein technisch optimales Verhalten erzielen, so ist dies zwar prinzipiell durch intelligentes Ausprobieren möglich (wie es die Evolution von jeher tat und tut), tatsächlich ist das aber zu zeit- und kostenintensiv. Statt dessen findet das intelligente Ausprobieren auf dem Computer statt. Ein heutiges Flugzeug oder auch Kraftfahrzeug würde ohne Mathematik nicht existieren. *Irgendein* Flugzeug oder *irgendein* Kraftfahrzeug dagegen schon. Und damit kommen wir zur zweiten Frage: Edison und Faraday wirkten vor etwa 130 beziehungsweise 180 Jahren. Edison mußte nicht den *optimalen* Phonographen entwickeln, es genügte, dass er es *überhaupt* tat; Faraday mußte das von ihm 1831 entdeckte Induktionsgesetz nicht mathematisch *präzise* fassen (das besorgte 1864 James Clerk Maxwell), es genügte, dass er es *entdeckte*.

Gemäß einem der bedeutendsten Mathematiker der Neuzeit, David Hilbert (1862 – 1943), ist die Mathematik *»die Grundlage alles exacten naturwissenschaftlichen Erkennens«* (Paris, 1900). In der Umkehrung entspricht dies der Aussage Galileis, dass es ohne Mathematik keine naturwissenschaftliche Erkenntnis gibt, womit wir zum Beginn dieses Aufsatzes zurückkehren. Aber wieviel naturwissenschaftliche Erkenntnis wird im Bereich der *Technik* benötigt? Wer sich zum Beispiel nie mit spezieller Relativitätstheorie und dabei insbesondere mit der (im übrigen dort erstmals und durch Hermann Minkowski 1908 durchgeführten) Geometrisierung der Physik befaßt hat, wird den Zusammenhang zwischen elektrischen und magnetischen Feldern nicht begreifen können. Aber vielleicht genügt es für den Ingenieur, einfach die Maxwellschen Gleichungen zu akzeptieren und anzuwenden? Nun, zumindest bis heute genügt das in der Tat: Man könnte zum Beispiel eine elektrische Maschine oder auch ein Handy ohne jede Einschränkung konstruieren und auch exakt berechnen, ohne das Wesen elektromagnetischer Felder wirklich verstanden zu haben. Und selbst mit Blick auf die derzeitigen Forschungsarbeiten etwa im Bereich der Nanotechnologie, wo sich abzeichnet, dass sich Ingenieure zukünftig wohl auch mit nichtklassischen Effekten (d.h. Quanteneffekten) und der damit verbundenen Mathematik in weit größerem Umfang als bisher werden vertraut machen müssen, ist nicht unbedingt mit einem Paradigmenwechsel zu rechnen. Dies läßt jedoch nicht den Umkehrschluß zu, in der Technik käme man mit vergleichsweise wenig Mathematik aus: Die Mathematik wird dort nur nicht primär zur naturwissenschaftlichen Erkenntnis verwendet.

FAZIT

Niemand, der sich ernsthaft mit moderner Technik befaßt, kommt an der Mathematik vorbei, ja, er muß sich sogar auf immer höherem Niveau damit beschäftigen. Sie ist eine Sprache, die eine präzise und eindeutige Formulierung auch komplizierter Sachverhalte gestattet. Jeder Laie glaubt zum Beispiel zu wissen, was Kraft ist, tut sich aber sehr schwer damit, es genau zu erklären; für einen Naturwissenschaftler ist Kraft »einfach« die Krümmung von Mannigfaltigkeiten, aber welcher Nichtwissenschaftler versteht das schon? Das mag für manche die schlechte Nachricht sein. Die gute Nachricht ist, dass Mathematik einerseits und Naturwissenschaft und Technik andererseits niemals synonyme Begriffe sein werden: Bei aller mathematischen Abstraktheit gehören zur Naturwissenschaft und insbesondere auch zur Technik immer zunächst Ideen und Vorstellungen, die nicht allein aus der Mathematik resultieren.

Und wenn alle Stricke reißen, kann man sich ja vielleicht auch zu der Auffassung durchringen, dass Mathematik Spaß macht. Dann ist sie nur noch halb so schwer.

Prof. Dr. Hartmut Grabinski
Jahrgang 1952, ist Professor am Laboratorium für Informationstechnologie (LFI) und derzeitiger geschäftsführender Leiter des Instituts für Mikroelektronische Systeme (IMS) der Leibniz Universität Hannover.

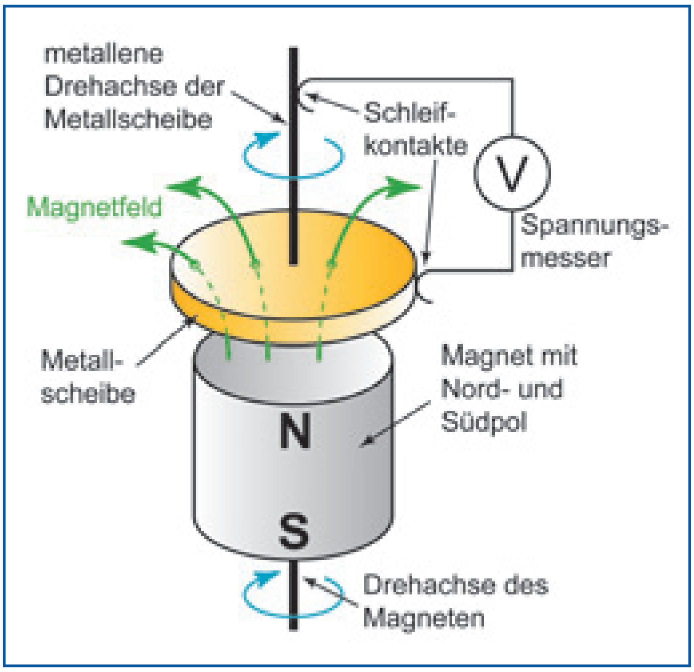


Abbildung 3
Bei seinen Messungen ab 1832 stiefl Faraday scheinbar auf ein Paradoxon: Dreht sich in der dargestellten Anordnung nur die Metallscheibe, kann man zwischen den Schleifkontakten eine elektrische Spannung messen, ebenso wenn Scheibe und Magnet sich zusammen gleichschnell drehen. Dreht sich jedoch nur der Magnet, mißt man nichts. Speziell die letzten beiden Resultate konnte sich Faraday nur schwer erklären – und viele heutige Zeitgenossen gar nicht. Dabei ist es mit ein wenig Mathematik und etwas physikalischem Verständnis ganz leicht.