

# Sind Risikomodelle selbst ein Risiko?

## STATISTISCHES MODELLRISIKO AM FINANZMARKT

Die internationalen Wirtschaftskrisen der vergangenen Jahre zeugen von der Fragilität unserer Wirtschaftsordnung. Die Insolvenzen zahlreicher renommierter Banken-, Investment- und Versicherungshäuser oder drohende Staatsbankrotte haben das Vertrauen in das bestehende Wirtschaftssystem alles andere als gestärkt. Mit der Thematik, dass auch Risikomodelle nur bedingt Schutz vor Krisen globalen Ausmaßes bieten können, setzen sich eine Wissenschaftlerin und zwei Wissenschaftler vom Institut für Statistik kritisch auseinander.

Nicht mehr kalkulierbare Risiken, Kreditklemmen und steigende Zinsen sind durch die Finanzmarktkrisen der jüngeren Vergangenheit zu einem bestimmenden Faktor für die Realwirtschaft vieler Industriestaaten geworden.

Es stellt sich die Frage, wie es überhaupt zu Situationen wie diesen kommen kann. Schließlich besteht eine zentrale Aufgabe der Wirtschaftspolitik darin, den Finanzmarkt zu regulieren und zu stabilisieren. Außerdem existieren Vorschriften wie das Basel II-Rahmenwerk, das minimale Eigenkapitalanforderungen für Ausfall-, Markt- und operationelle Risiken vorsieht. Sollten Krisen globalen Ausmaßes auf diese Weise nicht verhindert werden können? Das Auftreten solcher Krisen trotz der weitreichenden Regulierung zeigt jedoch, dass die Regulierung genau dann versagt, wenn sie greifen soll: Bei extremen, unwahrscheinlichen Ereignissen.

Das Problem, das alle Wirtschaftsforschungsinstitute, Ratingagenturen und deren Ausfallszenarien miteinander vereint, ist die Verwendung von Modellen. Mit Hilfe eines Modells kann im Allgemeinen ein komplexes System in einer vereinfachten Form dargestellt werden. Von einem statistischen Modell wird erwartet, dass es die in den vorhandenen Daten enthaltenen und gleichsam relevanten Informationen und Charakteristika

komprimiert. Die Idee liegt somit darin, dass die vorhandenen empirischen Daten einem mathematischen Gesetz folgen oder Regularitäten unterliegen, die mit dem Modell wiedergegeben werden können. Dass bei der Erstellung von Prognosen, Risikomaßen und Ausfallwahrscheinlichkeiten auf Basis eines Modells sehr leicht Fehler begangen werden können, liegt demnach auf der Hand und stellt eine systemimmanente Eigenschaft eines jeden Modells dar.

Die herausragende Bedeutung dieser Thematik lässt sich bereits an den einfachsten Beispielen des Finanzmarktes illustrieren. Dazu zählen beispielsweise der Handel mit Derivaten und die Vergabe von Krediten.

Bei Derivaten handelt es sich um Verträge, deren Wert von der zukünftigen Preisentwicklung bestimmter Wirtschaftsgüter oder Finanzgegenstände abhängt. Eine besondere Form von Derivaten stellen Optionen dar. Hierbei erwirbt eine der beiden Vertragsparteien das Recht darüber zu entscheiden, ob ein zukünftiges Geschäft (wie der Kauf oder Verkauf eines Finanz- oder Wirtschaftsguts) erfüllt werden muss. Dabei wird zwischen Kauf- und Verkaufsoption unterschieden. So gewährt etwa eine Kaufoption dem Inhaber das Recht, zum Beispiel eine Aktie zu einem bei Vertragsabschluss festgelegten Preis zu

einem bestimmten Termin zu kaufen. Steht der Kurs der Aktie zum Fälligkeitstermin über dem vereinbarten Kaufpreis, kann der Optionsinhaber einen Gewinn realisieren und wird die Option ausüben. Andernfalls lässt er sein Recht auf den Kauf der Aktie verfallen.

Aufgrund der Vielzahl von Faktoren, die auf den Optionswert wirken, galt die Preisfindung für einfachste Aktienoptionen lange Zeit als nahezu unlösbares Problem. Erst durch die mit dem Nobelpreis prämierten Arbeiten von Black, Scholes und Merton gelang es im Jahre 1973, auf Grundlage eines statistischen Modells den fairen Preis einer Option zu berechnen, der alle Faktoren angemessen berücksichtigt. Trotz dieser Errungenschaft ist die Bewertung von Optionen bis heute mit großen Risiken und Unsicherheiten verbunden.

Diese Problematik ergibt sich aus der Verwendung von Modellen. So haben Modelle üblicherweise die Eigenschaft, die Realität stark zu vereinfachen, indem Annahmen über unbekanntes oder schwer zu bestimmende Faktoren getroffen werden, deren Ausprägungen in der Zukunft unsicher sind. Beispielsweise ist der künftige Kursverlauf und damit auch der Wert der Aktie, auf deren Kauf die Option besteht, zum Verfallstermin unbekannt. Um eine Prognose für den Zukunftsverlauf erstellen zu

können, muss ein Modell unterstellt werden, welchem der Wertpapierkurs folgt. Dabei ist vor allem das zukünftige Schwankungsverhalten des Aktienkurses für die Bestimmung des Optionspreises wichtig, da ein stark schwankender Kurs die Wahrscheinlichkeit für einen besonders hohen oder einen besonders niedrigen Kurswert zum Verfallstermin erhöht. Hält man dann beispielsweise eine Kaufoption, so kann ein höherer Gewinn realisiert werden und die Kaufoption müsste dementsprechend teurer sein. Abbildung 1 zeigt Tagesrenditen der Volkswagen AG, an denen ein sich stetig änderndes Schwankungsverhalten sehr leicht erkennbar ist. Oftmals wird das Schwankungsverhalten jedoch zur Vereinfachung als zeitlich konstant angenommen.

Ist jedoch bereits eine Annahme in der Realität unzutreffend, kann die Verwendung eines solchen Modells dazu führen, dass ein völlig falscher Optionswert berechnet wird. Ironischerweise waren gerade Scholes und Merton durch eine Fehlspezifikation ihres eigenen Modells betroffen, als die beiden Nobelpreisträger Ende der 90er Jahre in ihrer Funktion als Direktoren eines großen Hedgefonds eine spektakuläre Pleite hinlegten. Dies geschah, als es in Folge einer Wirtschaftskrise in Russland zu starken Kursschwankungen an den Anleihemärkten kam, die jedoch laut ihrer eigenen Modelltheorie eigentlich gar nicht auftreten konnten.

Zu den zentralen Instrumenten des Finanzmarkts gehört weiterhin die Vergabe von Krediten. Dabei läuft der Gläubiger jeweils Gefahr, dass der Kreditnehmer den Kredit nur teilweise, verspätet oder überhaupt nicht zurückzahlen kann. Die Quantifizierung dieses Kreditrisikos stellt für potenzielle Kreditgeber eine wichtige

Kenngröße dar. Gemäß den Basel II-Richtlinien wird das Kreditrisiko unter anderem durch die Wahrscheinlichkeit für einen Kreditausfall bemessen. Abhängig von der Höhe der Ausfallwahrscheinlichkeit erstellen unabhängige Agenturen Ratings über die Kreditwürdigkeit der Gläubiger.

Welche weitreichenden Konsequenzen falsche Modellannahmen oder eine zu einfache

wurden im Vorfeld Kredite mit variablen Zinssätzen auch an Schuldner mit schlechter Kreditwürdigkeit vergeben. Weiterhin sah kein Risikomodel den Fall vor, dass viele Hausbesitzer nach dem Anstieg des Leitzinssatzes im Jahr 2006 zur gleichen Zeit ihren Rückzahlungsraten nicht mehr nachkommen konnten. Die sogenannte Immobilienblase platzte im Frühjahr 2007. Viele Banken erlitten daraufhin

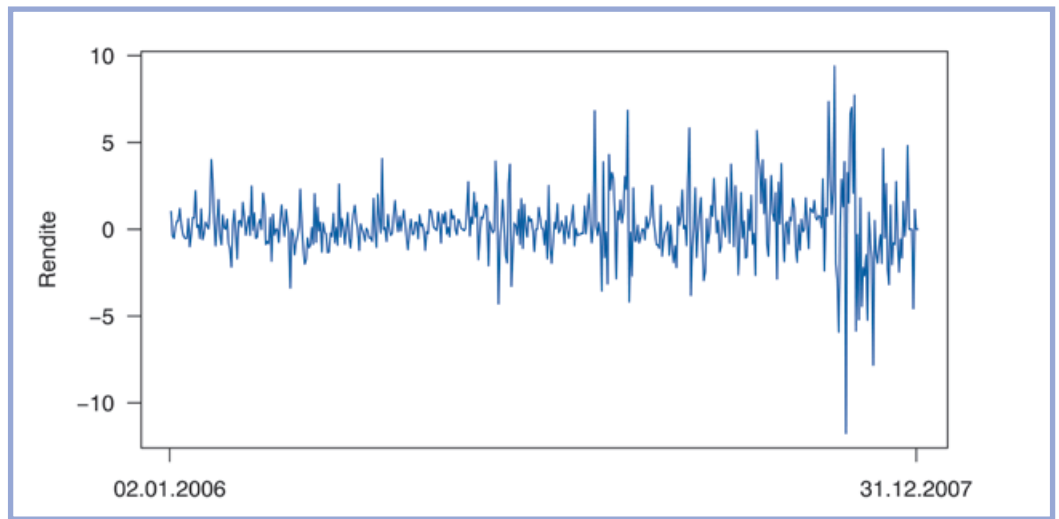


Abbildung 1  
Tagesrenditen der Aktie der Volkswagen AG der Jahre 2006 und 2007  
Quelle: Institut für Statistik

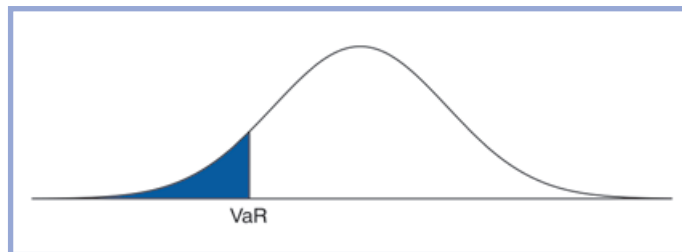


Abbildung 2  
Der Value at Risk als Quantil einer beispielhaften Wahrscheinlichkeitsverteilung von Renditen  
Quelle: Institut für Statistik

Wiedergabe der Realität haben können, lässt sich an der Thematik der Kreditvergabe bestens darstellen, da auch für die Erstellung von Ratings theoretische Modelle die Grundlage bilden.

Spätestens die Immobilienkrise in den USA zeigte auf, dass viele Banken mit viel zu optimistischen Modellannahmen kalkuliert haben. Dabei wurden Kreditnehmer teilweise sehr viel besser bewertet als es ihrer tatsächlichen Kreditwürdigkeit entsprach. So

horrende Verluste, brachen teilweise völlig zusammen und lösten die weltweite Finanzkrise 2008 aus.

Die zunehmende Modellentwicklung hat zur Herausbildung einer neuen Klasse von Risiken geführt: Dem Modellrisiko. Im strengen Sinne handelt es sich vielmehr um eine Unsicherheit als um ein Risiko, da im Unterschied zum Risiko einer Unsicherheit keine Wahrscheinlichkeit zugeordnet werden kann. Im Kontext der Modellunsicherheit bedeutet

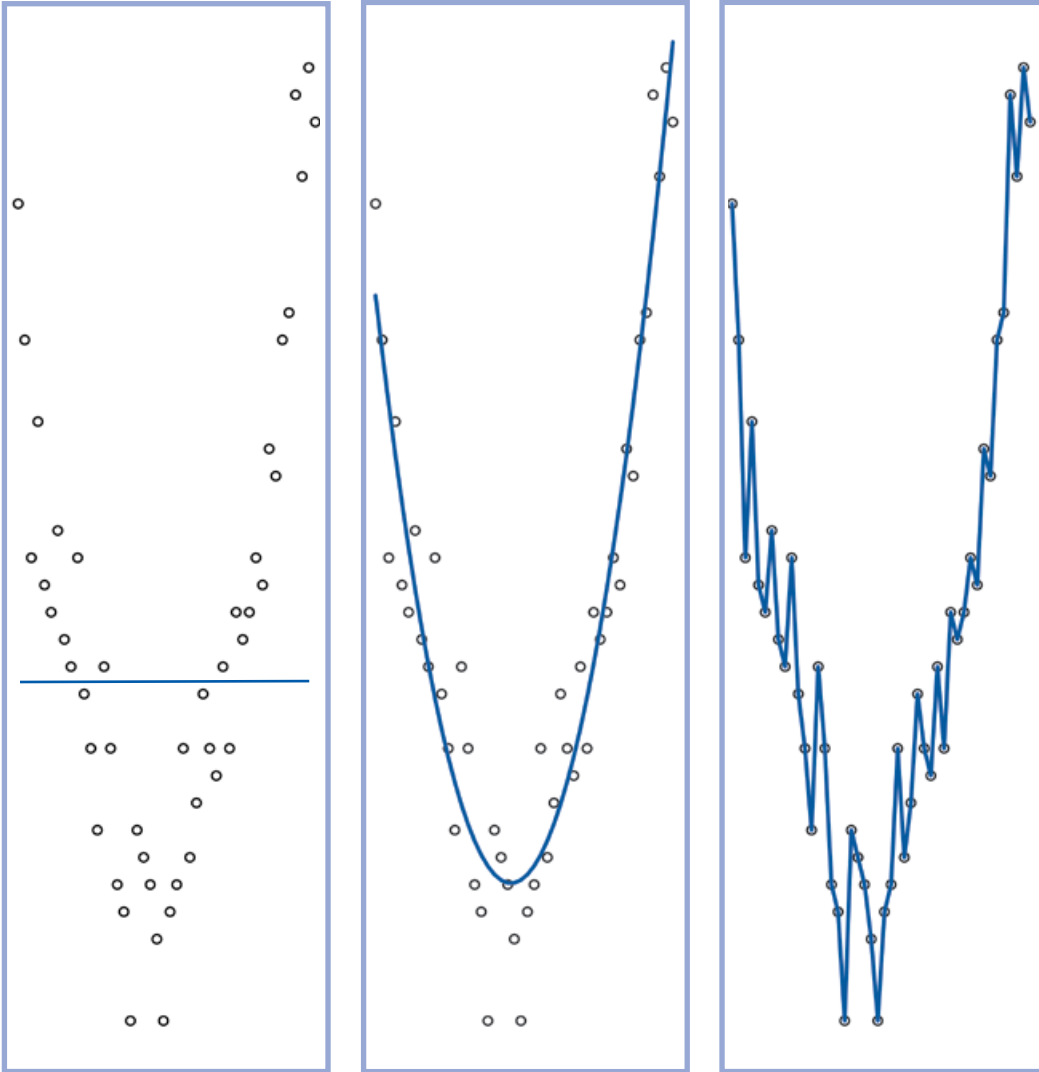


Abbildung 3  
Anpassung dreier Modelle an einen gegebenen empirischen Datensatz  
Quelle: Institut für Statistik

Abbildung 4  
Die Modellierung von Aktienkursen und die Berechnung daraus entstehender Risiken gehört zu den zentralen Forschungsthemen der Finanzmarktstatistik.  
Quelle: Eisenhans – Fotolia.com



dies, dass keine Wahrscheinlichkeit für die Korrektheit eines Modells existiert. Dieser Unterschied grenzt das Modellrisiko von anderen Risikokategorien ab.

Ein geeignetes Risikomaß zur Messung von Kredit-, Markt- und operationellem Risiko sollte einen Betrag beziffern können, der im Krisenfall eine Insolvenz verhindern kann.

Mit dem Value at Risk (kurz: VaR) wird häufig ein Maß verwendet, das einen Verlustbetrag angibt, der innerhalb eines bestimmten Zeitraumes mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit nicht überschritten wird. Der VaR ist also ein Quantil der Renditeverteilung eines Risikofaktors oder eines Portfolios. Abbildung 2 verdeutlicht diese Definition. Im Basel II-Rahmen wird für die Quantifizierung von Marktrisiken der 10-Tages 99%-VaR bestimmt, das heißt, das mit 99 Prozent Wahrscheinlichkeit innerhalb der nächsten zehn Tage kein höherer Verlust realisiert wird.

Die Messung von Modellrisiken mit Hilfe eines solchen Risikomaßes ist aufgrund ihres Unsicherheitscharakters jedoch nicht möglich. Zunächst setzt die Messung des Modellrisikos eine tiefer gehende Auseinandersetzung mit den Eigenschaften dieser Risikokategorie voraus. Insbesondere sind dafür definitorische Unklarheiten zu beseitigen.

Nach einer geläufigen Definition werden alle Risiken, die mit einem statistischen Modell in Verbindung stehen können, als Modellrisiko aufgefasst. Diese Definition beinhaltet unter anderem auch das menschliche Versagen beim Aufstellen eines Modells – eine Unsicherheit, die nur schwer zu quantifizieren und in einem Modell abzubilden ist. Eine von Sibbertsen et al. (2008) vorgeschlagene Modellrisikodefinition orientiert sich am statistischen Modellierungsprozess und umfasst das Risiko, das durch die Auswahl, die Spezifikation bezüglich der Variablenauswahl und bezüglich der funktionalen Form sowie durch die Schätzung des Modells entsteht. Es lassen sich somit zwei wesentliche Quellen des Modellrisikos ausmachen: Modellspezifikationsfehler und Schätzfehler. Modellspezifikationsfehler entstehen, wenn

das Modell die in den Daten enthaltenen Charakteristika nicht repräsentativ wiedergibt. Schätzfehler treten auf, wenn die geschätzten Parameterwerte des Modells vom wahren Wert der Grundgesamtheit abweichen.

Abbildung 3 veranschaulicht die Beziehung von Modell- und Schätzfehlern. In allen drei Bildern wird jeweils ein Modell an einen vorliegenden Datensatz angepasst. Im linken Bild wird angenommen, dass die Daten einer linearen Beziehung folgen. Im mittleren Bild wird ein Modell angepasst, das die nichtlineare Struktur der Daten aufgreift, während sich das rechte Modell exakt an alle Datenpunkte anpasst. Im ersten Fall ist der Modellfehler hoch, im dritten Fall gering. Das dritte Modell ist jedoch überparametrisiert, da zu viele Parameter verwendet werden müssen, um eine exakte Anpassung zu erreichen. Daher ist auch der damit einhergehende potenzielle Schätzfehler hoch, sodass das Modell vermutlich nicht den datengenerierenden Prozess wiedergibt. Bei einem unterparametrisierten Modell wie dem linearen Modell ist der potenzielle Schätzfehler gering. Im mittleren Bild wird dagegen ein Kompromiss zwischen dem Trade-Off der Fehlerarten dargestellt. Sowohl der Modell- als auch der Schätzfehler sind hier moderat.

Die Relevanz dieser Fehlerarten ergibt sich mit Blick auf die praktische Verwendung des Modells. Der Sinn der Verwendung eines Modells besteht letztendlich immer darin, auf dessen Basis möglichst genaue Prognosen erstellen zu können. Auch Risikomaße sind dabei nichts anderes als Prognosen, die für das wirtschaftliche Handeln einer Finanzinstitution entscheidend sind.



**Prof. Dr. Philipp Sibbertsen**

Jahrgang 1972, lehrt seit 2005 am Institut für Statistik an der Leibniz Universität Hannover. Seine Forschungsschwerpunkte sind Statistik der Finanzmärkte und Statistisches Modellrisiko. Kontakt: [sibbertsen@statistik.uni-hannover.de](mailto:sibbertsen@statistik.uni-hannover.de)

Wird das Risikomaß durch das Modell zu hoch angesetzt, muss die Finanzinstitution zu viel Eigenkapital vorhalten, was mit hohen Kapitalkosten verbunden ist. Wird das Maß zu konservativ geschätzt, wird das Ziel der Regulierung verfehlt, da nicht ausreichend Kapital zur Abwendung einer Insolvenz zur Verfügung steht. Eine hohe Prognosegüte ist somit bei der Modellverwendung sehr wünschenswert.

Für eine Prognose ist nun allerdings der Schätzfehler entscheidend, da einige Modelle nun trotz eines hohen Modellfehlers eine hohe Güte bei der Prognose besitzen können, wenn der Schätzfehler nur entsprechend gering ist. Das heißt, dass eine Überparametrisierung weniger wünschenswert ist. Durch die hohe Varianz wird bei einem überparametrisierten Modell der Prognosefehler ansteigen. Es lassen sich also auch Modelle finden, die einen relativ hohen Modellfehler haben, also bzgl. der Modellanpassung schlecht sind, mit denen aber dennoch gute Prognoseergebnisse erzielbar sind. Aus dieser Betrachtung lässt sich schließen,



**Dipl.-Ök. Johannes Rohde**

Jahrgang 1985, ist seit 2010 wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Statistik an der Leibniz Universität Hannover mit den Forschungsschwerpunkten Modellrisiko und Kreditrisikobewertung. Kontakt: [rohde@statistik.uni-hannover.de](mailto:rohde@statistik.uni-hannover.de)

dass man die Prognosegüte als Modellrisikomaß verwenden könnte.

Diese Betrachtung des Modellfehlers zeigt, dass nicht notwendigerweise die Verwendung von Modellen für Krisen als ursächlich zu betrachten ist. Vielmehr sollten dem Modellanwender die statistischen Fallstricke des Modells bekannt sein.

Die Verbesserung und Erweiterung bereits bestehender Modelle zur Messung von Risiken aller Art gehört zu den wichtigsten Aufgaben der aktuellen finanzwirtschaftlichen Forschung. Neben der Modellrisikoforschung, die noch weitestgehend in den Kinderschuhen steckt, stehen vor dem Hintergrund der aktuellen wirtschaftlichen Krisen vor allem die Kreditrisikomodelle in besonderem Fokus. Um beispielsweise den stark schwankenden Aktienkursen gerecht zu werden, existieren Ansätze, in denen das Schwankungsverhalten von Aktienkursen separat modelliert werden kann und somit nicht länger als konstant angenommen werden muss.



**Dipl.-Ök. Corinna Luedtke**

Jahrgang 1981, arbeitet seit 2008 als wissenschaftliche Mitarbeiterin am Institut für Statistik an der Leibniz Universität Hannover. Ihr Forschungsschwerpunkt ist Quantitatives Risikomanagement, insbesondere Modellrisiko. Kontakt: [luedtke@statistik.uni-hannover.de](mailto:luedtke@statistik.uni-hannover.de)

**Literatur**

- Black, F. und M. Scholes (1973): »The Pricing of Options and Corporate Liabilities«, *Journal of Political Economy*, Vol. 81, 637–654.
- Merton, R. C. (1973): »Theory of Rational Option Pricing«, *Bell Journal of Economics and Management Science*, Vol. 4, 141–183.
- Sibbertsen, P., G. Stahl und C. Luedtke (2008): »Measuring Model Risk«, *Journal of Risk Model Validation*, Vol. 2, 65–81.